



Universidad

Técnica de Ambato

Facultad de Contabilidad y
Auditoría

Cattleya Guevara
2do Semestre "A"
18-11-2024

Nº
12

Tema:

Numero Áureo

7,05

Leonardo Pisano

¿Cómo se Descubrió?

El número áureo también conocido como proporción áurea, fue descubierto por los griegos y se dio un tratamiento geométrico. Sin embargo, el matemático y teólogo Luca Pacioli fue quien le dio el nombre de "Divina Proporción" en su obra De Divina Proportione en 1509. Aunque la sucesión de Fibonacci fue descubierta alrededor del año 1200 por el matemático Leonardo Pisano el promovió el nuevo sistema de números, demostrando lo sencillo que era en comparación con los números que se utilizaban en toda Europa.

El plantea que cualquier número es aproximadamente 1,618 veces el número

anterior, sin tener en cuenta los primeros números. Cada número es también el 0,618 del número situado a su derecha ignorando también los primeros números de la secuencia.



Número Aureo

• ¿Qué es el número Aureo?

También llamado número de oro, número de Dios, razón extrema y media, razón dorada, media aurea, proporción aurea y divina proporción, es un número irracional, representado por la letra griega ϕ (phi) (en minúscula) o Φ (Phi) (en mayúscula) en honor al escultor griego Fidias.

Se valor numérico, mediante radicales o decimales es:

$$\phi = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} \approx 1,618\,033\,988\,749\,894\ldots$$

Al ser irracional, no es posible representarlo con exactitud como una fracción decimal; se puede seguir calculando cifras pero nunca se alcanza a la última.

También se representa con la letra griega tau (τ), por ser la primera letra de la raíz griega ΤΟΜΗ, que significa cortar, aunque es más común encontrarlo representado con la letra fi (ϕ) (Φ ϕ). También se representa con la letra griega alfa minúscula.

Este se obtiene al dividir un segmento en 2 partes desiguales de tal manera que la proporción entre el segmento completo y la parte más larga sea igual a la proporción entre la parte más larga y la parte más corta.

Propiedades Algebraicas

1) Relación con su Inverso : Una de las propiedades más curiosas del número áureo es que su inverso ($1/\phi$) es igual a $\phi - 1$. Es decir

$$1/\phi = \phi - 1$$

2) Ecuación de segundo grado : El número áureo es la solución positiva de la siguiente ecuación de segundo grado :

$$\phi^2 = \phi + 1$$

3) Relación con la raíz de 5 : El número áureo se puede expresar de forma exacta utilizando la raíz cuadrada de 5.

$$\phi = (1 + \sqrt{5})/2$$

4) Potencias del número áureo : Las potencias del número áureo están relacionadas con la sucesión de Fibonacci. Por ejemplo

The magic happens

- $\phi^2 = \phi + 1$
- $\phi^3 = 2\phi + 1$
- $\phi^4 = 3\phi + 2$
- Y así sucesivamente

5) Número Irracional

El número áureo es

un número irracional, lo que significa que no puede expresarse como una fracción de dos números enteros, sus decimales continúan infinitamente sin repetirse.

¿Porque son importantes estas propiedades?

- Decifar patrones naturales
- Crear diseños armónicos
- Resolver problemas matemáticos
- Explorar conceptos más profundos.



Relación con la Sucesión de Fibonacci

La sucesión de Fibonacci es una secuencia numérica que comienza con 0 y 1, y cada número siguiente se obtiene sumando los 2 anteriores: 0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34...

Este tiene una conexión con el número áureo que se establece al calcular la razón entre 2 números consecutivos de la sucesión de Fibonacci. A medida que avanzamos en la secuencia, esta razón se aproxima cada vez más al número áureo.

- **Cociente de términos consecutivos:** Si tomamos 2 números consecutivos de la sucesión de Fibonacci y dividimos el mayor entre el menor, el resultado se aproximará a ϕ . Por ejemplo:

- $13/8 \approx 1.625$

- $21/13 \approx 1.615$

- **Límite de la razón:** A medida que nos acercamos al infinito en la sucesión, el cociente entre 2 términos consecutivos converge hacia el valor exacto de

ϕ .

Tu
ma
ho
ma
ho

Número Irracional

Un número irracional es aquel que no puede ser expresado en una fracción exacta o sea como división de 2 números enteros

La irracionalidad del número áureo se puede demostrar de diversas maneras, pero la más común es a través de una prueba por contradicción. Supongamos que el número áureo, que representamos por ϕ , fuera racional.

Entonces podríamos escribirlo como una fracción a/b , donde a y b son números enteros sin factores comunes (es decir, la fracción está en su forma más simplificada).

A partir de la definición del número áureo, sabemos que:

$$\phi^2 = \phi + 1$$

Sustituyendo ϕ por a/b , obtenemos:

$$(a/b)^2 = (a/b) + 1$$

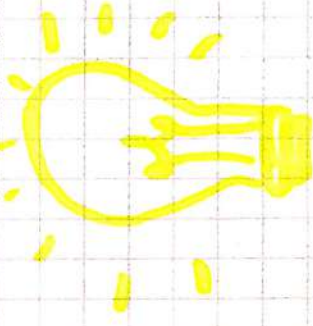
Multiplicando ambos lados por b^2 para eliminar las fracciones, tenemos:

$$a^2 = ab + b^2$$

Rearreglando la ecuación, obtenemos:

$$a^2 - ab - b^2 = 0$$

Esto es una ecuación cuadrática en a . Al resolver esta ecuación las soluciones para a involucran raíces cuadradas, lo que significa que no puede ser un número entero.



Time to make magic happen



Aparición en Raíces Cuadradas

La relación entre el número áureo y las raíces cuadradas se deriva directamente de su definición algebraica. Recordemos que el número áureo (ϕ) es la solución positiva de la siguiente ecuación de segundo grado

$$\phi^2 = \phi + 1$$

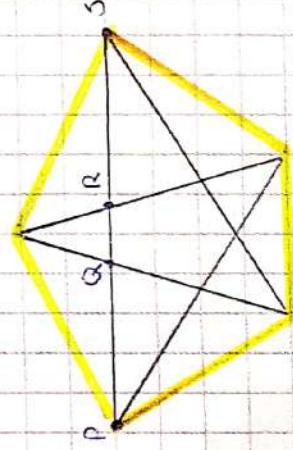
Si resolvemos esta ecuación utilizando la fórmula general para ecuaciones de segundo grado, obtenemos

$$\phi = (1 \pm \sqrt{5}) / 2$$

Como vemos, el número áureo se expresa de manera exacta utilizando la raíz cuadrada de 5. Esta conexión entre el número áureo y la raíz de 5 es una de las razones por las cuales el número áureo aparece con frecuencia en construcciones geométricas que involucran el pentágono regular y otros polígonos relacionados.

Pentágono

$$\begin{aligned} PS &= a \\ PR &= b \\ PQ &= c \\ QR &= d \end{aligned}$$



$$\frac{a}{b} = \frac{b}{c} = \frac{c}{d} = 1.618 \dots$$

Time to make the magic happen

Proporción áurea en polígonos regulares

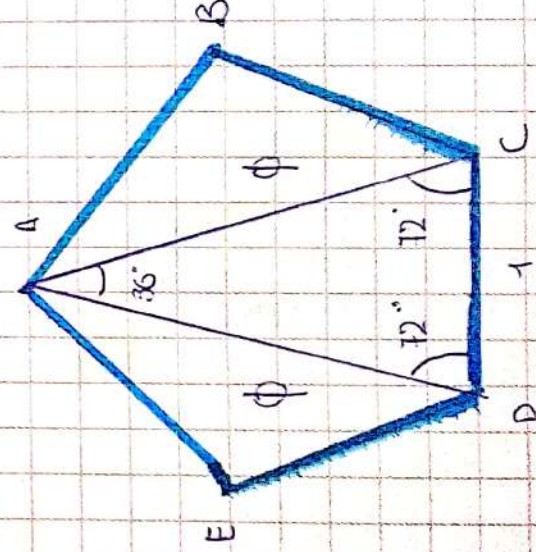
La proporción áurea, tiene una relación muy estrecha con los polígonos regulares, especialmente con el pentágono.

• ¿Porque el pentágono es tan especial?

- División áurea de los lados: Al dividir los lados en segmentos cuya proporción es exactamente el número áureo.

- Estrella de 5 puntas: Presenta proporciones áureas en sus segmentos.

- Construcción geométrica: Su relación entre sus lados y diagonales, que involucran el número áureo.

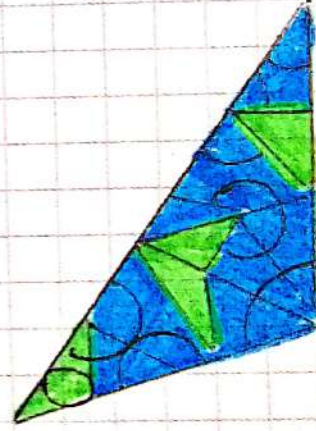


Proporción áurea en otros polígonos regulares

1) **Decágono**: El decágono regular más estrechamente relacionado con la proporción áurea, otros polígonos también presentes relacionados con el pentágono. Razón entre el radio de la circunferencia circunscrita y el lado de un decágono inscrito es igual al número áureo.

2) **Otros polígonos**: La proporción áurea puede aparecer en otros polígonos regulares a través de construcciones geométricas más complejas o relaciones indirectas.

Ejemplos

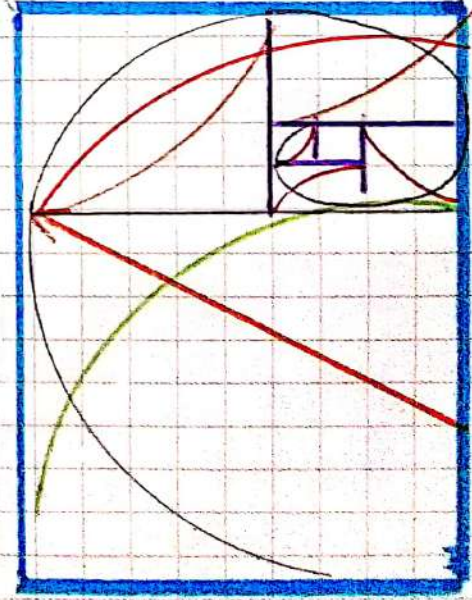


Rectángulo Aureo

Es aquel en el que la proporción entre el lado más largo y el lado más corto es igual al número áureo (ϕ), aproximadamente 1.618.

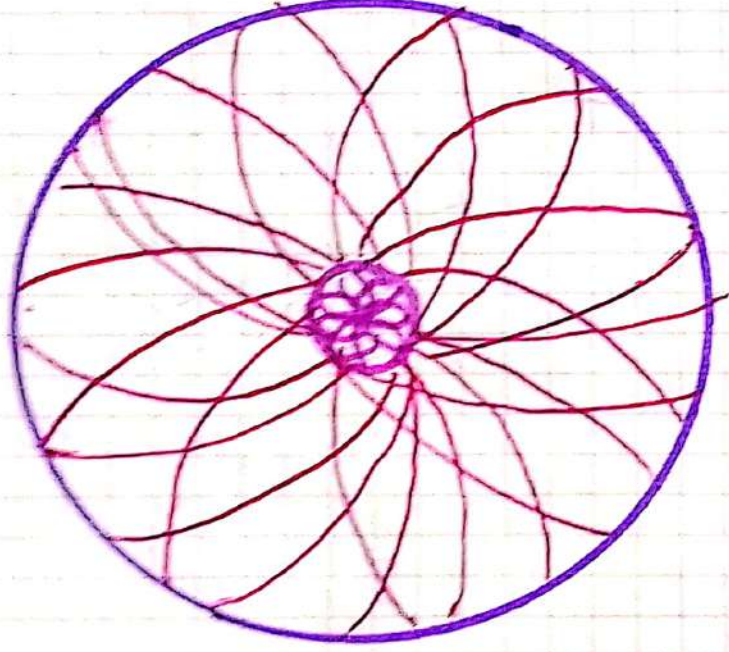
Características

- Proporción divina: Estéticamente agradable se lo asocia con la belleza y armonía.
- Autosimilitud: Se repite cuando se crea una secuencia de rectángulos áureos cada vez más pequeños.
- Espiral áurea: Al trazar arcos de circunferencia dentro de los cuadrados sucesivos de un rectángulo áureo se obtiene la espiral áurea.



Time
make
the
mag
happy

Espirales Áureas

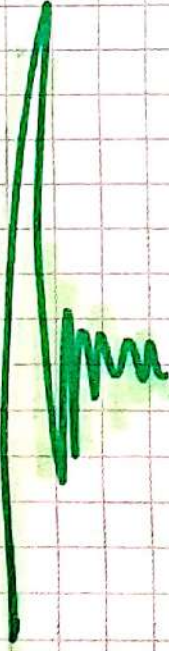


La espiral áurea es una curva logarítmica estéticamente relacionada con el rectángulo áureo y la proporción áurea. Esta espiral se encuentra en numerosos fenómenos naturales y ha sido utilizada en el arte y el diseño por su estética y armonía. Es una curva que se expande hacia afuera a un ritmo constante, determinado por la proporción áurea. Se construye a partir de una serie ^{Timoteo} ^{made} de rectángulos áureos encajados uno dentro ^{the} ^{magic} ^{happier} del otro.

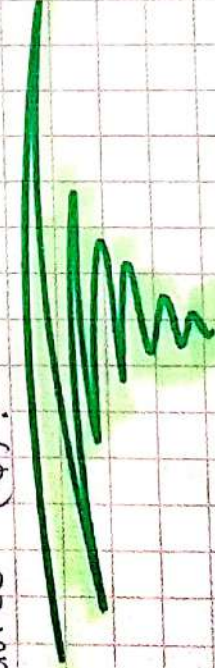
Sólidos

Platónicos

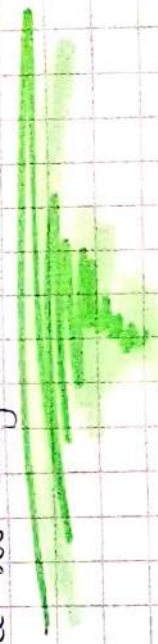
Está íntimamente relacionado especialmente con el dodecaedro y el icosaedro debido a su geometría y proporciones.



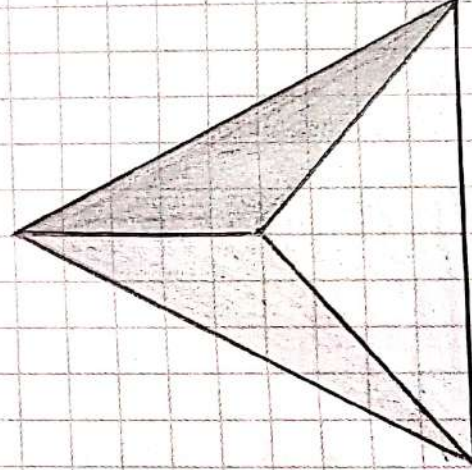
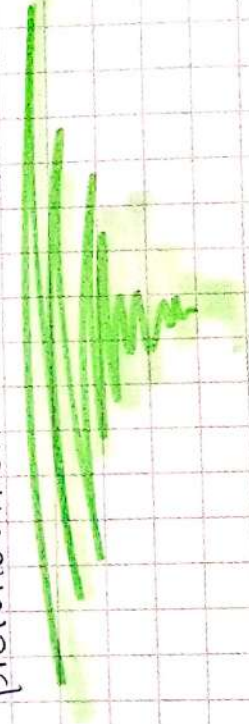
En un pentágono regular la razón entre la diagonal y el lado es igual al número áureo (ϕ).



El dodecaedro, compuesto por 12 caras pentagonales, incorpora el número áureo en las proporciones de sus diagonales.



Esto implica que las proporciones del dodecaedro están determinadas por ϕ , lo que lo conecta profundamente con este número.



Time
ma
H

Número Áureo

En la Naturaleza

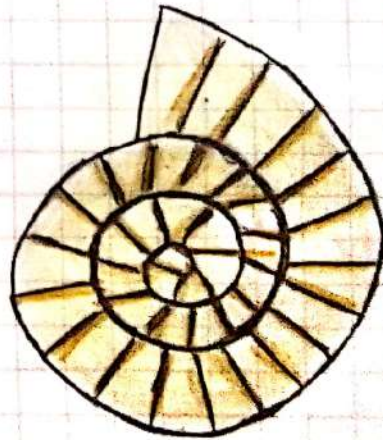
El número áureo aparece en patrones naturales gracias a su conexión con la geometría y el crecimiento.

Ejemplos

Por ejemplo, las especies de los girasoles y pinos se organizan siguiendo la sucesión de Fibonacci, la cual está directamente relacionada con el número áureo.

En las conchas marinas, la espiral logarítmica refleja proporciones que refleja ϕ .

Además, estas galaxias espirales como la Vía Láctea, la estructura de sus brazos siguen patrones similares.



Time to
make
the
magic

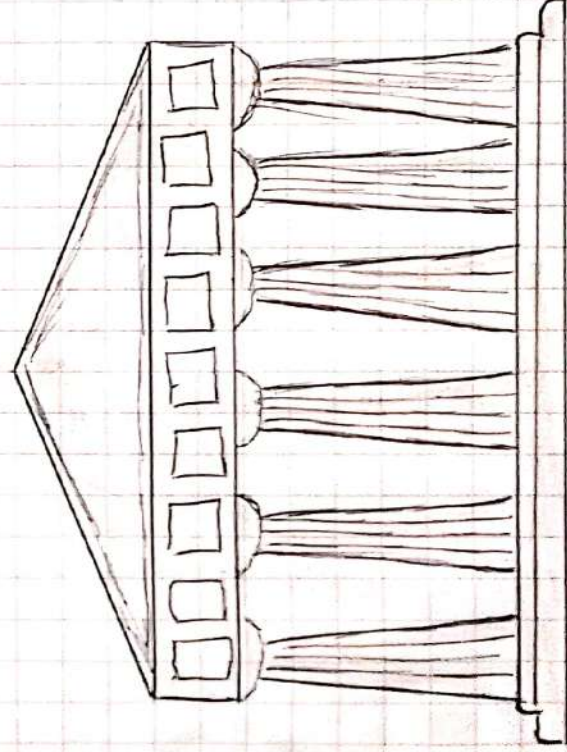
Número Áureo en la Arquitectura

• Base de proporciones armónicas

El número áureo ha sido usado como base de proporciones armónicas en la arquitectura desde la antigüedad.

Un ejemplo destacado es el Partenón en Grecia, cuya fachada se ajusta a divisiones que reflejan φ , aportando equilibrio estético y simetría.

En el renacimiento, arquitectos como Leon Battista Alberti promovieron el uso de esta proporción en catedrales e iglesias. Mientras que en épocas modernas sigue influyendo en el diseño de edificios emblemáticos y construcciones innovadoras,



Time to
make
the
magic
happen

Aplicación en el Arte Renacentista

En el Renacimiento, el número áureo se consideraba una guía para alcanzar la perfección artística.

Leonardo da Vinci utilizó esta proporción en obras como La Última Cena, donde las divisiones de los elementos principales están alineadas con φ .

También, en su "Hombre de Vitruvio", ilustró como el cuerpo humano puede ser descrito por proporciones áureas.

Otros artistas, como Botticelli, emplearon esta relación para crear composiciones armónicas para que capturasen la atención y el interés visual del espectador.



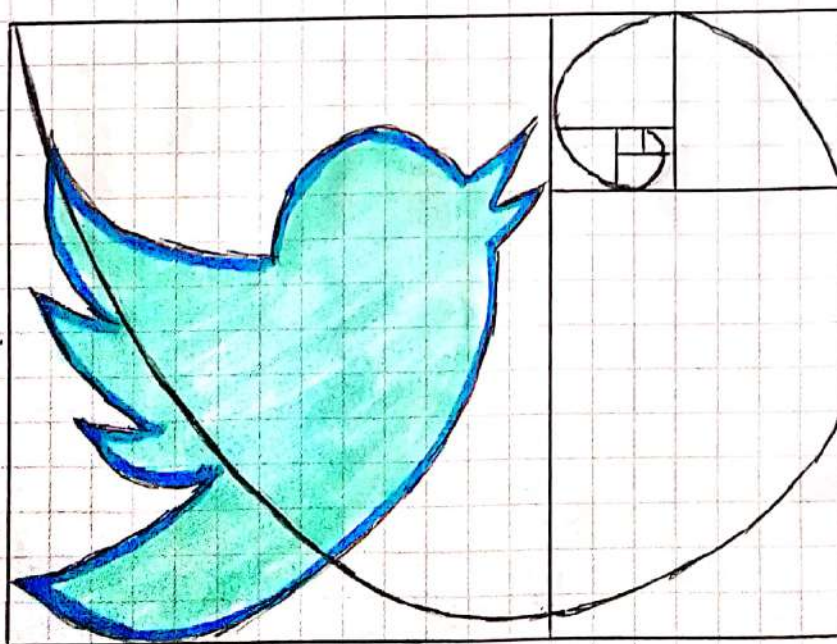
Time to make the magic happen

Número Áureo y Diseño Gráfico

En diseño gráfico, el número áureo es una herramienta poderosa para lograr composiciones equilibradas y visualmente atractivas.

Por ejemplo, muchos logotipos famosos, como el de Twitter, han sido diseñados siguiendo esta proporción.

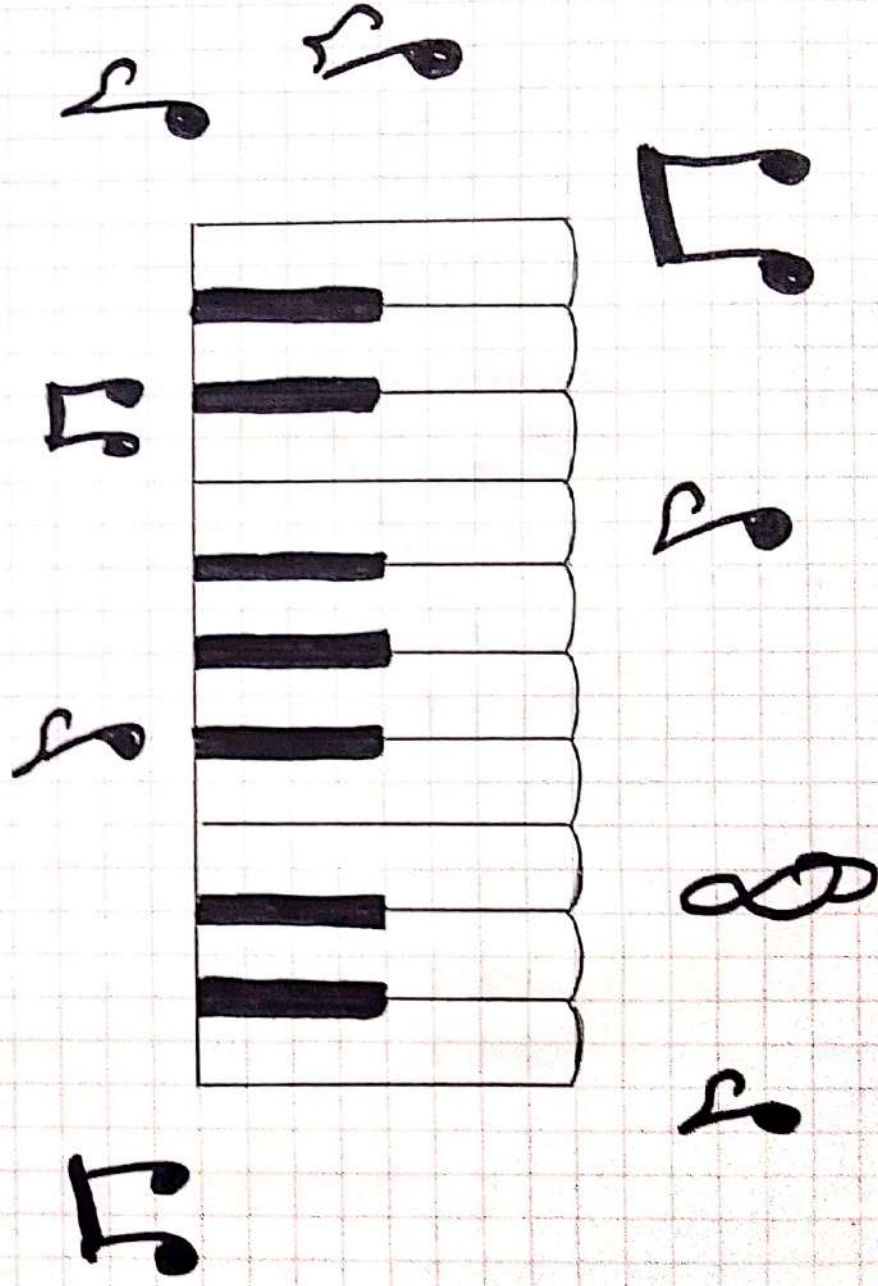
Además, en el diseño de maquetaciones, la relación entre elementos como texto, imágenes y espacio negativo puede ajustarse a ϕ , mejorando su estética y la claridad del mensaje visual. Esto hace que el diseño sea más atractivo para el espectador.



Time to
make
the
magic
happen

Número Áureo en la Música

Aunque menos evidente, el número áureo puede encontrarse en la estructura de muchas composiciones musicales. En obras clásicas de Mozart o Beethoven, los puntos culminantes a los cambios de tonalidad suelen ocurrir en momentos que reflejan proporciones doradas. En la música moderna, los productores utilizan esta proporción para determinar estructuras de canciones y transiciones armónicas, logrando un efecto subliminalmente agradable para los oyentes.

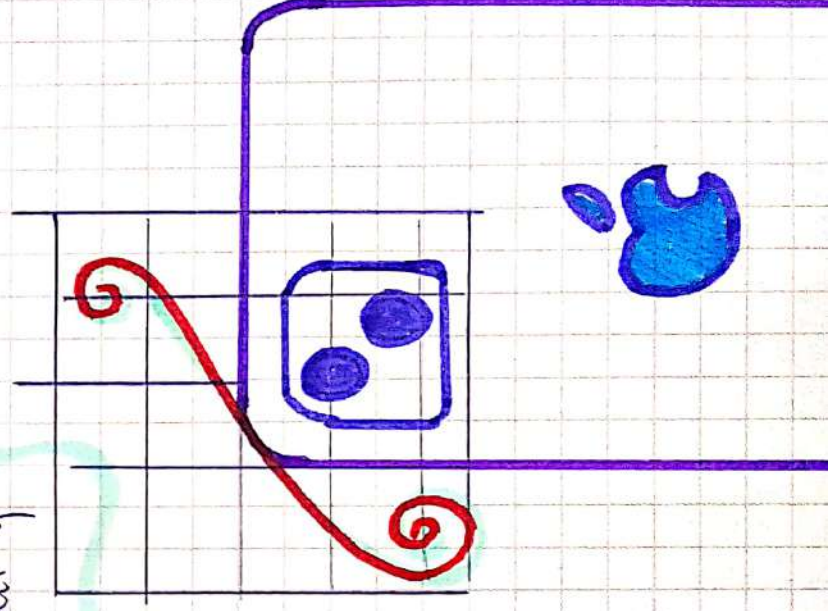


Proporción Áurea en Diseño de Productos

El diseño de productos, el número áureo se utiliza para combinar estética y funcionalidad.

Por ejemplo, las dimensiones de smartphones como el tamaño de la pantalla respecto a los bordes suelen ajustarse a ϕ para maximizar la experiencia visual.

También se aplica en embalajes de muebles, logrando de esta manera productos atractivos y ergonómicos. Esta proporción aporta un equilibrio que conecta con los usuarios a nivel visual y práctico.



Aporte

El número áureo aporta a la economía al ser utilizado en el análisis de mercados financieros, en el diseño de productos y estrategias de marketing.

Conclusión

El número áureo es una herramienta versátil que conecta disciplinas como las matemáticas, diseño y la economía.

Recomendación

- Aprender e Investigar herramientas de análisis técnico,
- Explorar el diseño en economía
- Investigar aplicaciones interdisciplinarias.